

<b>PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.</b>	<b>Hauptprüfung 2 0 0 3</b>
<b>Fach : M a t h e m a t i k</b>	<b>Aufgabe 3 (Seite 1/2)</b>

## L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

- 3.1 Die Periodenlänge beträgt  $\pi$ , deshalb gilt:  $k = 2$ ;  
die Amplitude ist 0,5; deshalb gilt:  $b = 0,5$

im Vergleich zum Graph der Funktion mit der Gleichung  $y = 0,5 \cos(2x)$

ist die angegebene Kurve um 0,5 Einheiten nach unten verschoben

deshalb gilt:  $a = -0,5$

6

- 3.2  $f(x) = -0,5 \sin(2x)$  ;  $f'(x) = -\cos(2x)$  ;  $f''(x) = 2 \sin(2x)$  ;  $f'''(x) = 4 \cos(2x)$

Schnittpunkte mit der x-Achse:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \sin(2x) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{\pi}{2} \vee x_2 = 0 \vee x_3 = \frac{\pi}{2}$$

$$N_1\left(-\frac{\pi}{2} | 0\right), \quad N_2(0 | 0), \quad N_3\left(\frac{\pi}{2} | 0\right)$$

2

Hoch-, Tiefpunkte:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \cos(2x) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{\pi}{4} \vee x_2 = \frac{\pi}{4}$$

$$f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 > 0 \wedge f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \wedge f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -0,5 \Rightarrow T\left(\frac{\pi}{4} \middle| -\frac{1}{2}\right)$$

$$f''\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -2 < 0 \wedge f'\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 0 \wedge f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 0,5 \Rightarrow H\left(-\frac{\pi}{4} \middle| \frac{1}{2}\right)$$

3

Wendepunkte:

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \sin(2x) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{\pi}{2} \vee x_2 = 0 \vee x_3 = \frac{\pi}{2}$$

Die dritte Ableitung ist an diesen Stellen nie 0.

$$W_1\left(-\frac{\pi}{2} | 0\right), \quad W_2(0 | 0), \quad W_3\left(\frac{\pi}{2} | 0\right)$$

2

- 3.3  $f(x) = -0,5 \sin(2x)$ ,  $g(x) = \cos(x)$   $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$   
 $f'(x) = -\cos(2x)$ ,  $g'(x) = -\sin(x)$   $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \cdot (-1) = -1$

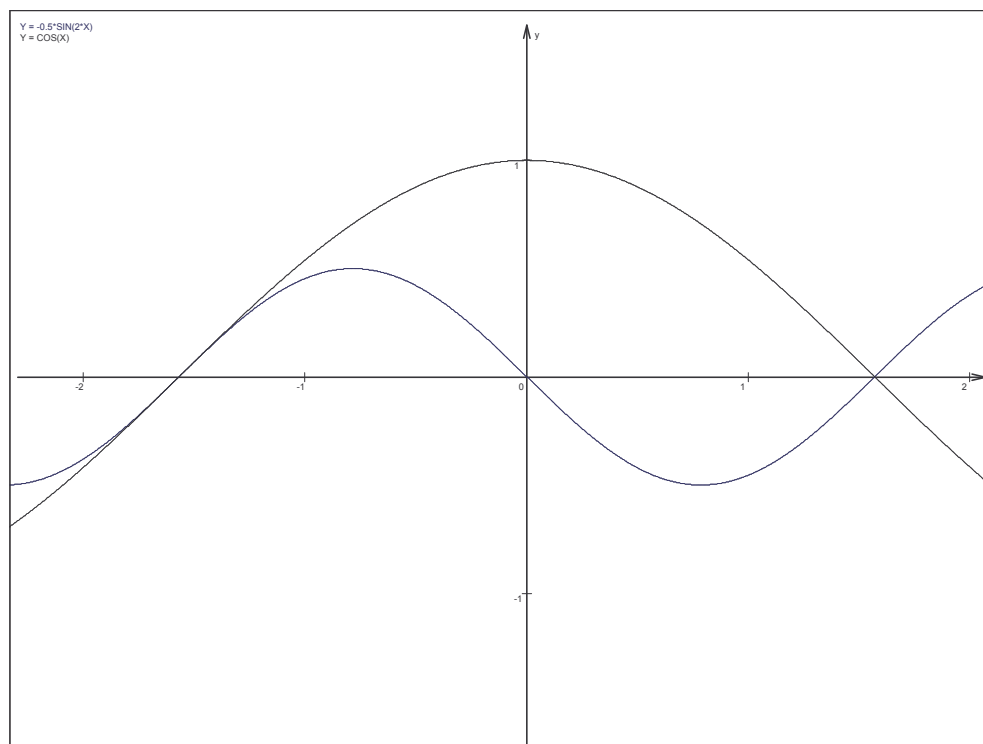
Damit ist gezeigt, dass sich die Graphen im Punkt  $P$  rechtwinklig schneiden.

4

<b>PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE</b> <b>An Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.</b>	<b>Hauptprüfung</b> <b>2 0 0 3</b>
<b>Fach : M a t h e m a t i k</b>	<b>Aufgabe 3 (Seite 2/2)</b>

## L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte



Zu 3.2

2

3.4 Es gilt:  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) - f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) + 0,5 \sin(2x) dx = [\sin(x) - 0,25 \cos(2x)]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 1 + 0,25 - (-0,25) = 1,5$$

5

3.5  $U(a) = 2g(a) + 4a = 2\cos(a) + 4a$   
Die Schüler suchen sich einen Wert eigener Wahl.

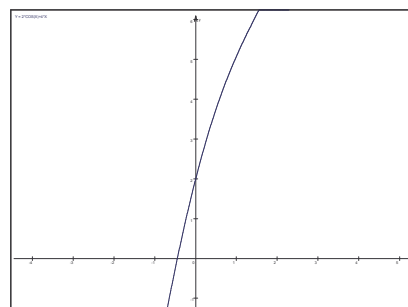
$$U'(a) = -2\sin(a) + 4$$

$$U'(a) = 0 \Rightarrow -2\sin(a) + 4 = 0 \Rightarrow \sin(a) = 2.$$

Da  $\sin(a) = 2$  unlösbar ist, gibt es keinen relativen Extremwert für den Umfang.

Für die Randwerte  $a = 0$  bzw.  $a = \frac{\pi}{2}$  existiert kein Rechteck.

Deshalb kann es kein Rechteck mit maximalem Umfang geben.



2

2

2